



# Sieb Kornanalyse, Anwendung von Sichardt, Kusakin, Theis & Co



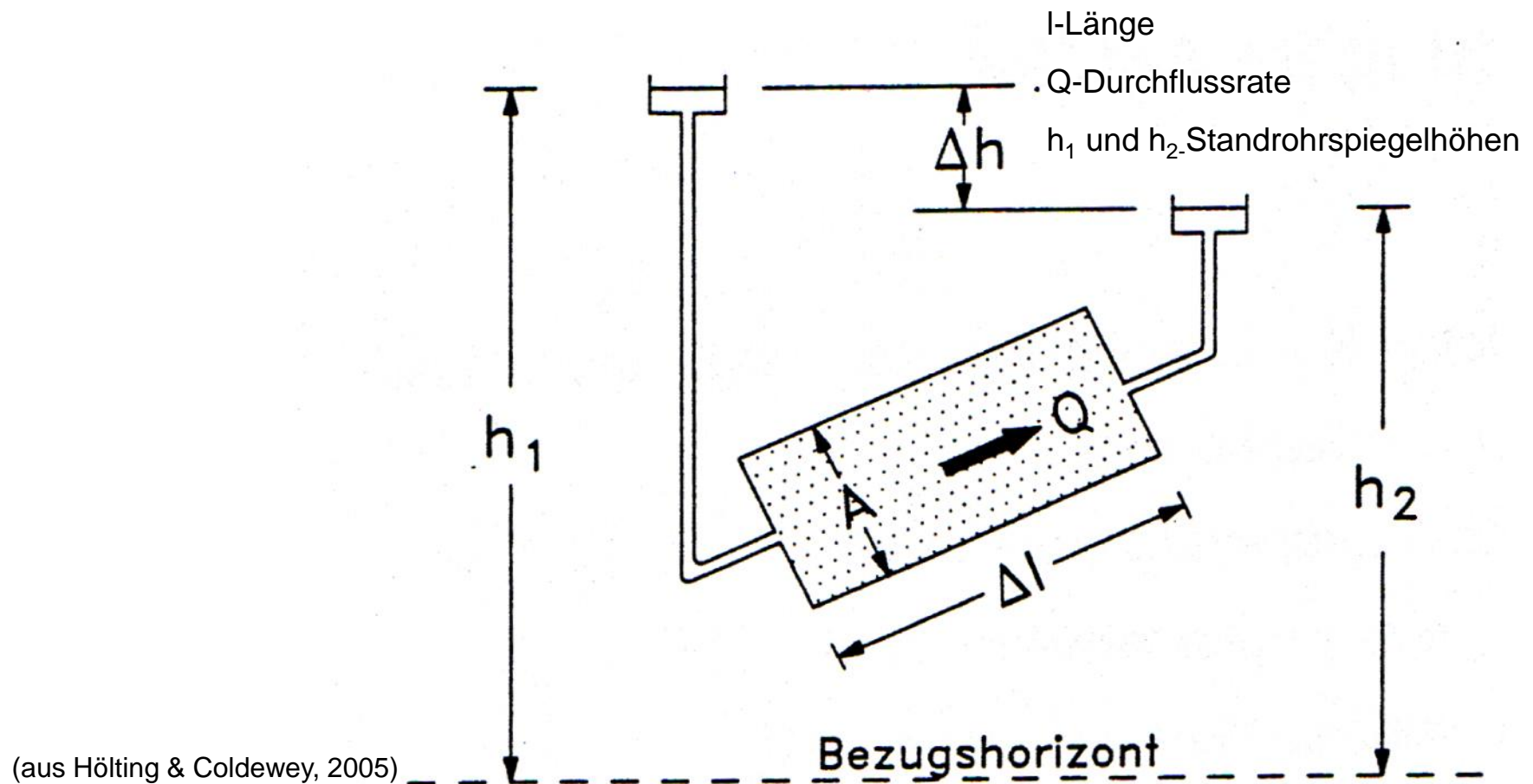
PD. Dr. Traugott Scheytt  
Ernst-Reuter-Platz 1  
10587 Berlin  
[traugott.scheytt@tu-berlin.de](mailto:traugott.scheytt@tu-berlin.de)



# Um was geht es?

- The Good, the Bad, and the Ugly
- Das dreckige Dutzend
- 4 Methoden für ein Halleluja

## Zusammenhang zwischen Grundwasser-durchflussrate ( $Q$ ) und Grundwasserspiegel ( $h$ ): Das Darcy-Experiment





## Zusammenhang zwischen Grundwasser-durchflussrate (Q) und Grundwasserspiegel (h): Darcy-Gleichung

- Q hängt direkt proportional von der durchströmten Fläche (A) ab
- Q hängt umgekehrt proportional von der Fließlänge (l) ab
- Q hängt direkt proportional von dem Druckgefälle ( $\Delta h$ ) ab

### Gesteinseigenschaft $k_f$ , Durchlässigkeitsbeiwert

Mit:

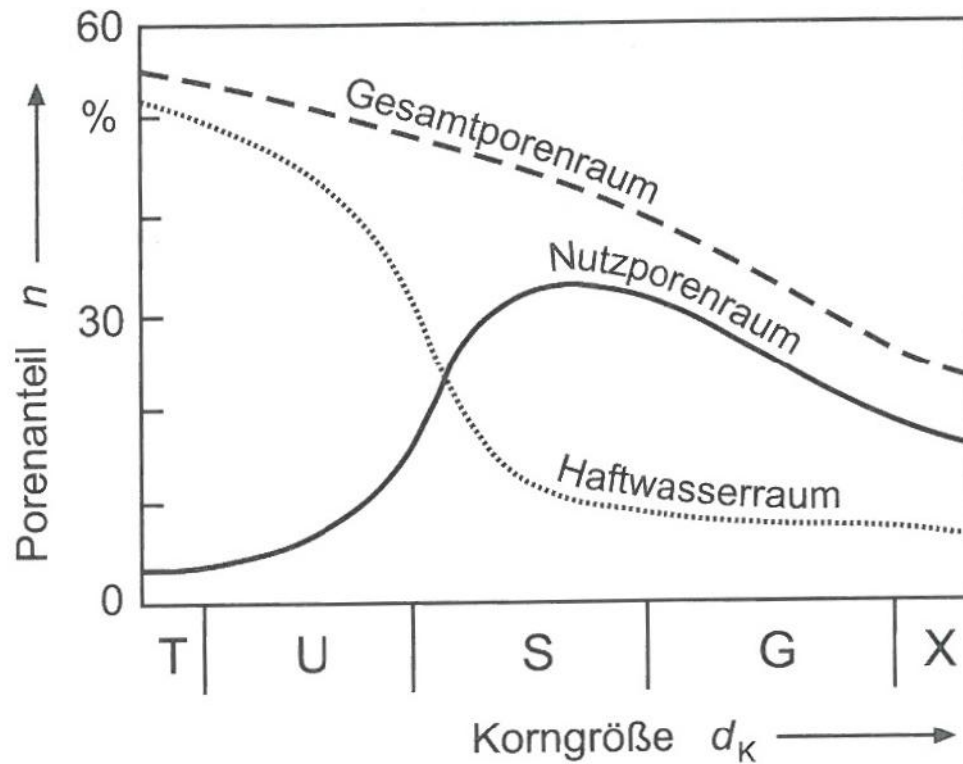
$k_f$ - Durchlässigkeitsbeiwert

A- durchströmte Fläche

$\Delta h$ -Druckhöhenunterschied

l-Fließstrecke

$$Q = k_f \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{l}$$



**Abb. 36** Beziehungen zwischen Gesamtporen-, Nutzporen- und Haftwasserraum in Abhängigkeit von der Korngröße klastischer Sedimente. (nach DAVIS & de WIEST, 1966).  
 T = Ton; U = Schluff; S = Sand; G = Kies; X = Steine.

Hölting (2005)

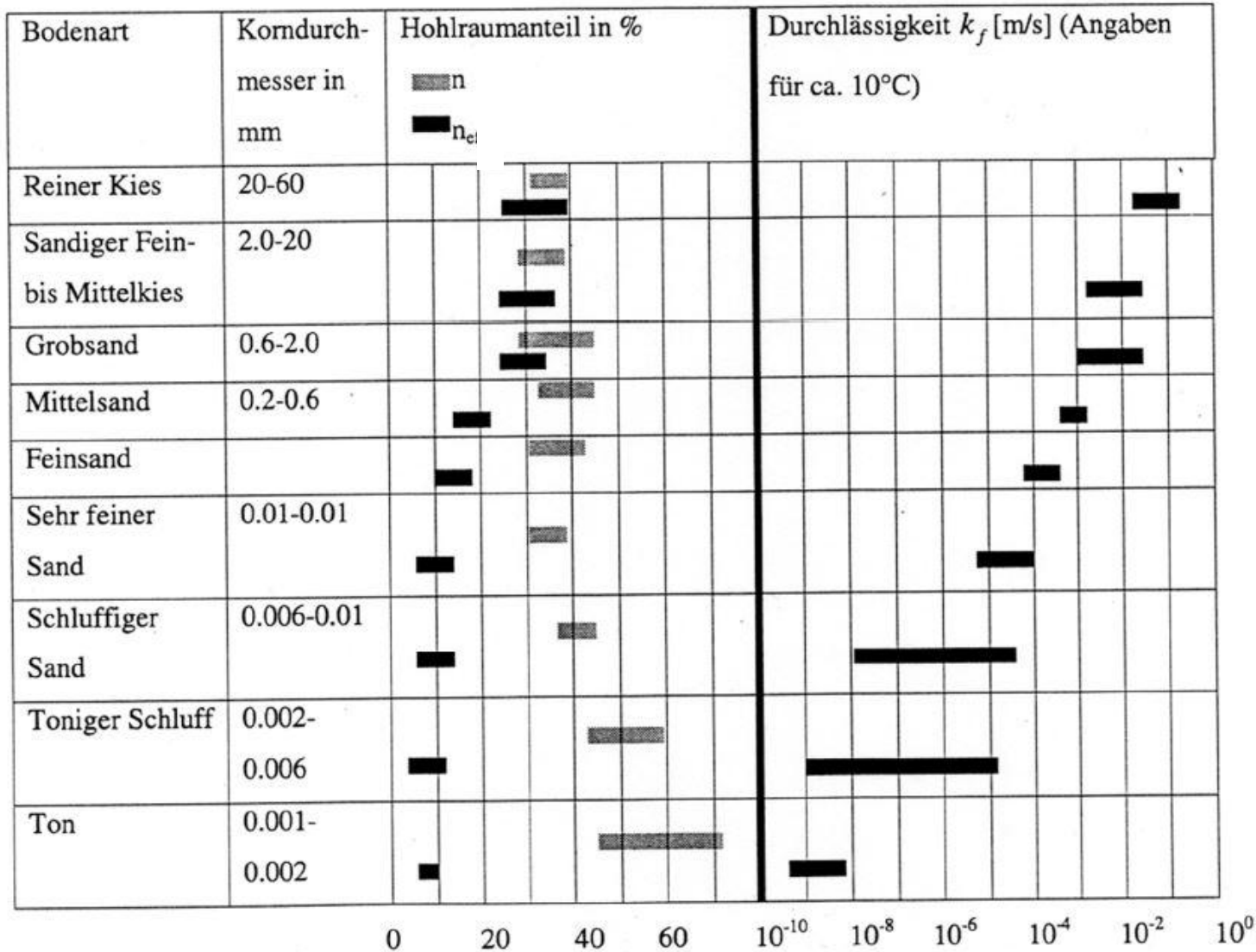
## Exkurs: Korngröße vs. Porenanteil

Wichtig für Fließverhalten im Poren-GWL:

- Nutzporenosität:  $n_e$
- Gesamtporenosität:  $n$
- $n > n_e$
- Reduktion von  $n$  durch Haftwasser, etc.

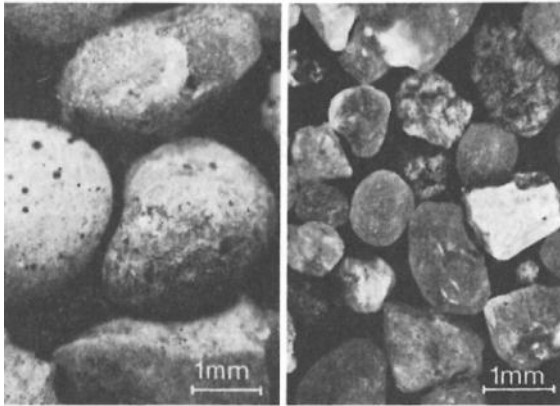


## Durchlässigkeitsbeiwert und Porosität

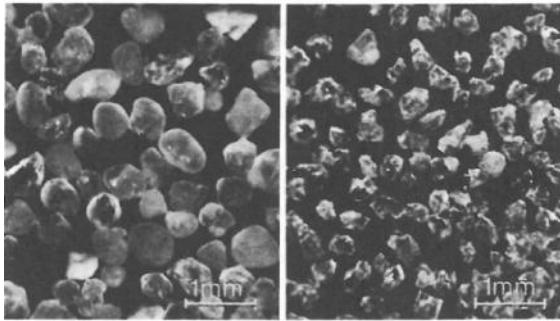




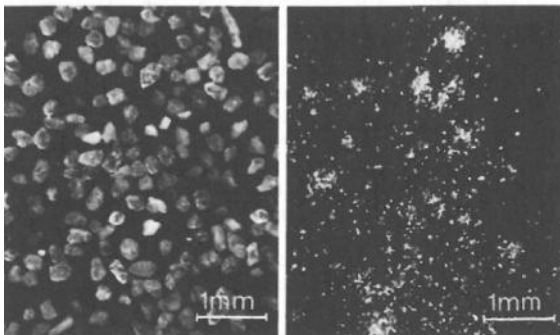
## Udden-Wentworth Korngrößen-Skala



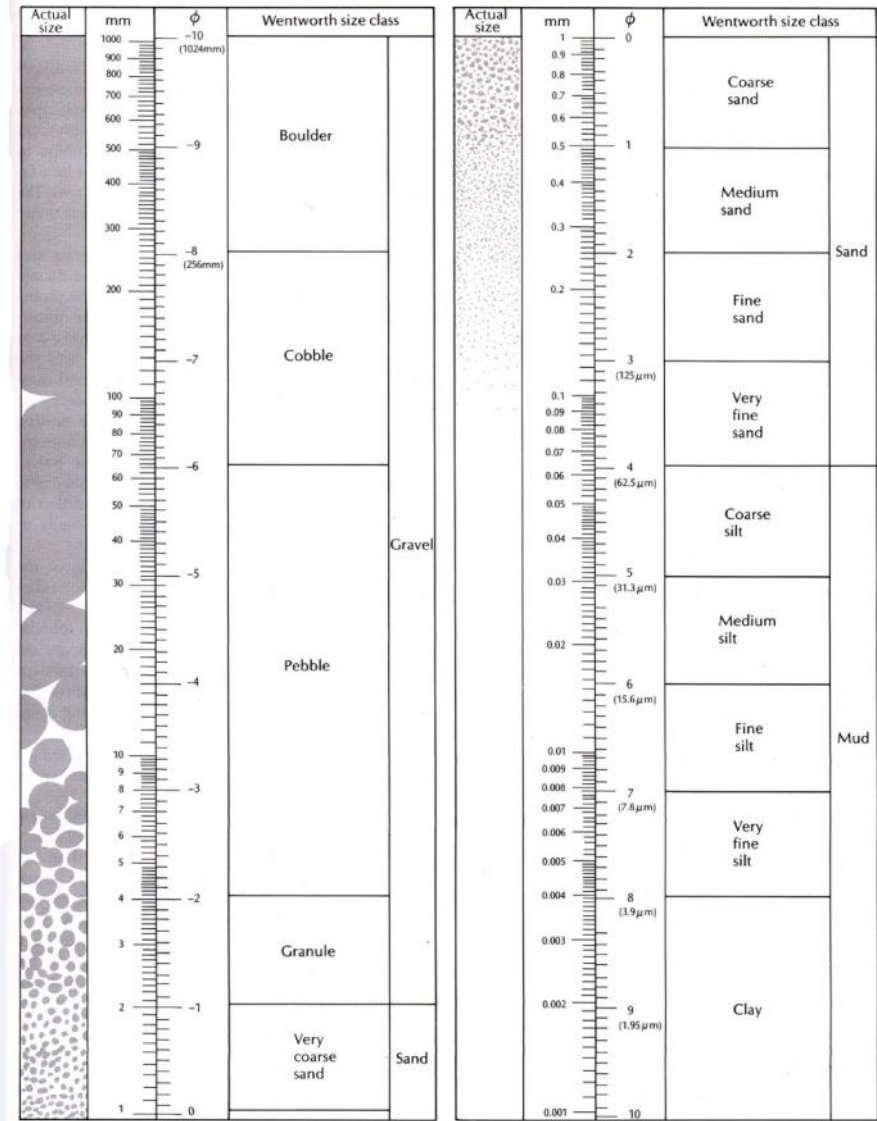
**Abb. 1.2 a,b**  
 a) Feinkies (2–6 mm), b) Grobsand (0,6–2 mm) in 11,25facher Vergrößerung (Aufn. CORNELIUS)



**Abb. 1.2 c,d**  
 c) rundkörniger Mittelsand (0,2–0,6 mm), d) eckiger Mittelsand in 11,25facher Vergrößerung (Aufn. CORNELIUS)



**Abb. 1.2 e,f**  
 e) Feinsand (0,06 mm), f) Schluff (0,06–0,002 mm) in 11,25facher Vergrößerung (Aufn. CORNELIUS)



Modifiziert nach Lewis (1984)



## 4.2 Korngröße

Die Korngröße stellt die Grundlage für die Benennung mineralischer Böden dar, bei der Kornfraktionen verwendet werden, um das bodenmechanische Verhalten zu unterscheiden. In Tabelle 1 sind die Begriffe aufgelistet, die für die einzelnen Kornfraktionen und ihre Untergruppen, entsprechend dem jeweiligen Korngrößenbereich, verwendet werden.

Tabelle 1 — Korngrößenfraktionen

Bereich	Benennung	Kurzzeichen	Korngröße mm
sehr grobkörniger Boden	großer Block	<i>LBo</i>	> 630
	Block	<i>Bo</i>	> 200 bis 630
	Stein	<i>Co</i>	> 63 bis 200
grobkörniger Boden	Kies	<i>Gr</i>	> 2,0 bis 63
	Grobkies	<i>CGr</i>	> 20 bis 63
	Mittelkies	<i>MGr</i>	> 6,3 bis 20
	Feinkies	<i>FGr</i>	> 2,0 bis 6,3
	Sand	<i>Sa</i>	> 0,063 bis 2,0
	Grobsand	<i>CSa</i>	> 0,63 bis 2,0
	Mittelsand	<i>MSa</i>	> 0,2 bis 0,63
Feinsand	<i>FSa</i>	> 0,063 bis 0,2	
feinkörniger Boden	Schluff	<i>Si</i>	> 0,002 bis 0,063
	Grobschluff	<i>CSi</i>	> 0,02 bis 0,063
	Mittelschluff	<i>MSi</i>	> 0,0063 bis 0,02
	Feinschluff	<i>FSi</i>	> 0,002 bis 0,0063
	Ton	<i>Cl</i>	≤ 0,002

Reine Bodenarten bestehen nur aus einem Korngrößenbereich nach Tabelle 1 und werden nach diesem benannt, z. B. Kies *Gr*, Feinsand *FSa*, Grobschluff *CSi*. Der erste Buchstabe der Kurzzeichen der Kornfraktionen wird jeweils als Großbuchstabe geschrieben.

aus DIN EN ISO 14688-1 (2011): Geotechnische Erkundung und Untersuchung – Benennung, Beschreibung und Klassifizierung von Boden

# Korngrößen

Tabelle 1. Korngrößenbereiche

Bereich/Benennung		Kurzzeichen	Korngrößenbereich mm
Grobkornbereich (Siekorn)	Blöcke	Y	über 200
	Steine	X	über 63 bis 200
	Kieskorn Grobkies Mittelkies Feinkies	G	über 2 bis 63
		gG	über 20 bis 63
		mG	über 6,3 bis 20
	Sandkorn Grobsand Mittelsand Feinsand	fG	über 2,0 bis 6,3
S		über 0,06 bis 2,0	
gS		über 0,6 bis 2,0	
mS		über 0,2 bis 0,6	
Feinkornbereich (Schlammkorn)	fS	über 0,06 bis 0,2	
	U	über 0,002 bis 0,06	
	gU	über 0,02 bis 0,06	
	mU	über 0,006 bis 0,02	
	fU	über 0,002 bis 0,006	
Tonkorn (Feinstes)	T	unter 0,002	

aus DIN 4022-1 (1987): Benennen und Beschreiben von Boden und Fels.

**DIN NICHT MEHR GÜLTIG!** Korngrößenbereich aus DIN EN ISO 14688 verwenden. Kurzzeichen sind in der Hydrogeologie jedoch weiterhin gebräuchlich.





# Bestimmung der Korngrößenverteilung

**Tabelle 1.1** In Deutschland gebräuchliche Einteilung und Bezeichnung der Körnungsklassen sowie der verbreitetsten Methoden zur Korngrößenbestimmung (f = fein, m = mittel, g = grob)

Größenklasse	Ton (T)			Schluff (U)			Sand (S)			Kies (K)			Steine (St)	Blöcke (Bl)	
	f	m	g	f	m	g	f	m	g	f	m	g			
Äquivalentdurchmesser	0,2	0,6	2,0	6,3	20	63	200	630	2000	6,3 · 10 <sup>4</sup>			2 · 10 <sup>5</sup>	(in µm)	
	2 · 10 <sup>-3</sup>			6,3 · 10 <sup>-2</sup>			2			6,3	20	63	200	(in mm)	
Bestimmungsmethoden	Sedimentation mit Zentrifugalbeschleunigung						Sedimentation mit Erdbeschleunigung						S i e b u n g		
	„Schlämmen“						„Sieben“								

**Tabelle 1.3** Sinkgeschwindigkeiten und Sedimentationszeiten für 10 cm Sinkstrecke in Wasser bei 20 °C

Korngröße (2r)	Sinkgeschwindigkeit (v)	Sedimentationszeit für 10 cm
(mm)    (µm)	(cm s <sup>-1</sup> )	
6 · 10 <sup>-2</sup> 60	0,3456	28 s
2 · 10 <sup>-2</sup> 20	0,036	4 min 38 s
2 · 10 <sup>-3</sup> 2	0,00036	7 h 43 min



# Sieben

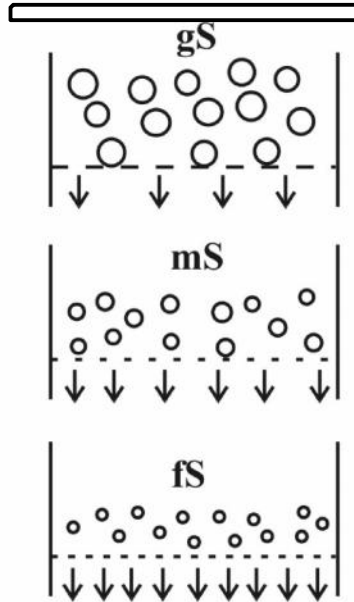
Siebmaschenweite

Deckel

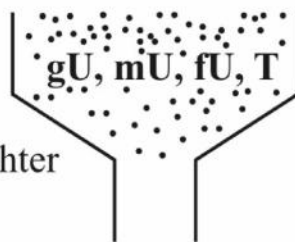
630  $\mu\text{m}$

200  $\mu\text{m}$

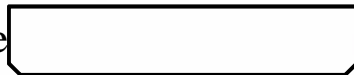
63  $\mu\text{m}$



Trichter



bzw. Auffangschale



Rückstand auf dem Prüfsieb

Grobsand (2000  $\mu\text{m}$  - 630  $\mu\text{m}$ )

Mittelsand (630  $\mu\text{m}$  - 200  $\mu\text{m}$ )

Feinsand (200  $\mu\text{m}$  - 63  $\mu\text{m}$ )





## 10 Anwendungsbeispiele

BEISPIEL 1 Bestimmung der Korngrößenverteilung durch Siebung (Trockensiebung)

Bodenart: Kies, sandig

Kornform: rundkantig bis gerundet

Größtkorn: 35 mm Durchmesser

Trockenmasse:  $m_d = 5\,440,0\text{ g}$

Tabelle 5

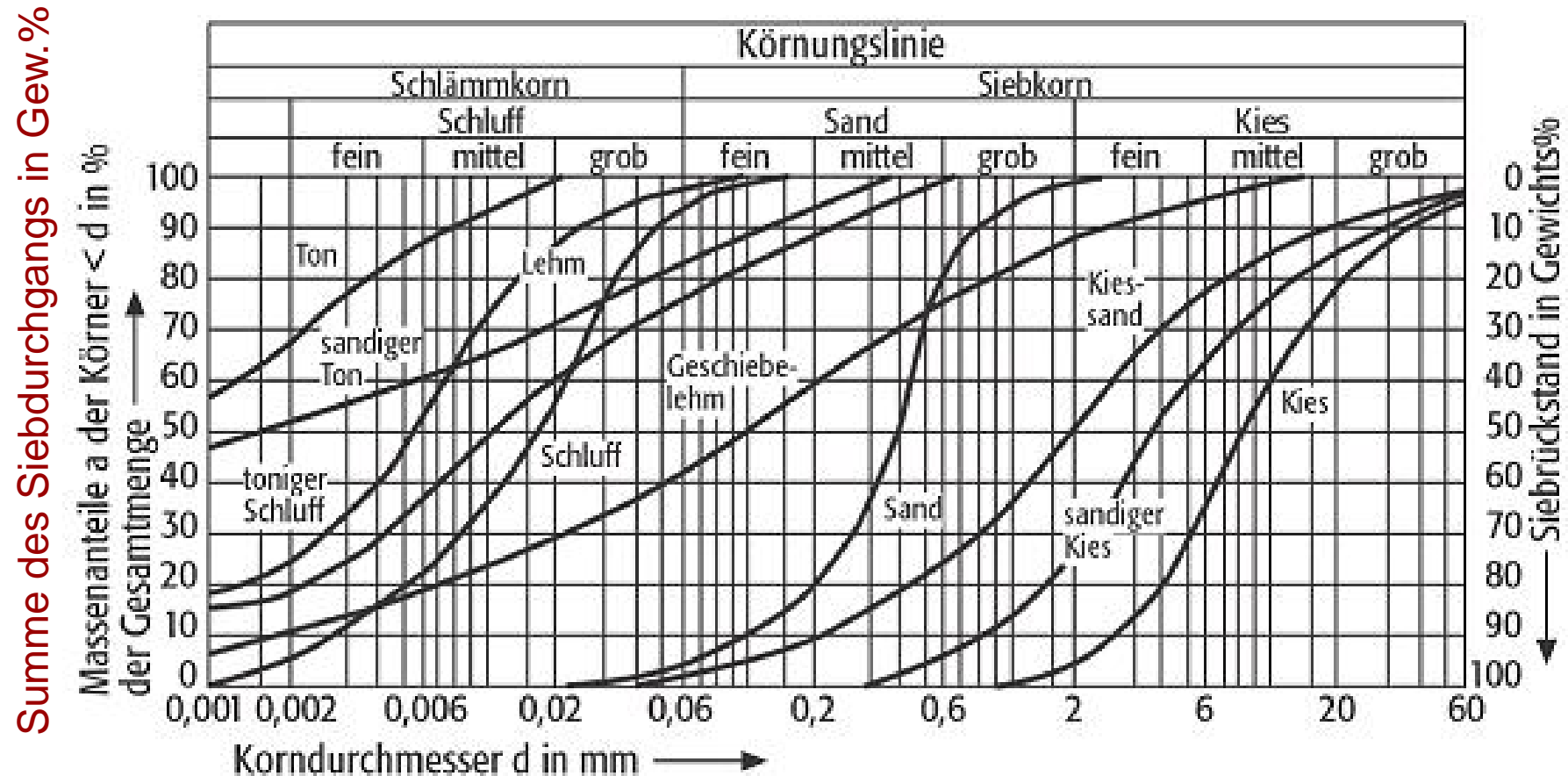
Korngröße mm	Masse der Rückstände g	Sieb Rückstände als Massenanteile %	Summe der Siebdurchgänge als Massenanteile %
63	0,0	0,0	—
31,5	0,0	0,0	100,0
16	842,4	15,5	84,5
8	1 050,8	19,5	65,0
4	1 222,9	22,5	42,5
2	788,0	14,5	28,0
1	706,6	13,0	15,0
0,5	407,6	7,5	7,5
0,25	201,4	3,7	3,8
0,125	195,7	3,6	0,2
0,063	10,8	0,2	0,0
< 0,063	0,0	0,0	0,0
Summe	5 435,2	100,0	0,0
Siebverlust	4,8	—	—

- Siebverlust darf max. 1% der Einwaage sein, sonst Siebung ungültig

aus DIN 18123 (2011): Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Korngrößenverteilung.



## Kornsummenkurven: Beispiele



**Körnungslinie:** Körnungslinien verschiedener Bodenarten. Die Steigung der Kurven gibt Aufschluß über die Ungleichförmigkeit bzw. Gleichförmigkeit der Böden (z.B. Geschiebelehm ist stark ungleichförmig). Dies ist für verschiedene Bodeneigenschaften (z.B. Verdichtbarkeit) von Bedeutung.

## Bestimmung des $k_f$ -Werts aus Kornanalysen

→ nach HAZEN (1893):

$$k_f = C \cdot d_{10}^2$$

- $d_{10}$  : Korndurchmesser bei 10 Gew.% Siebdurchgang [mm]
- $C = \frac{0,7 + 0,03 \cdot t}{86,4}$
- $t$  = Wassertemperatur [°C] → mittlere GW-Temp. in D = 10°C

- →  $k_f = 0,0116 \cdot d_{10}^2$

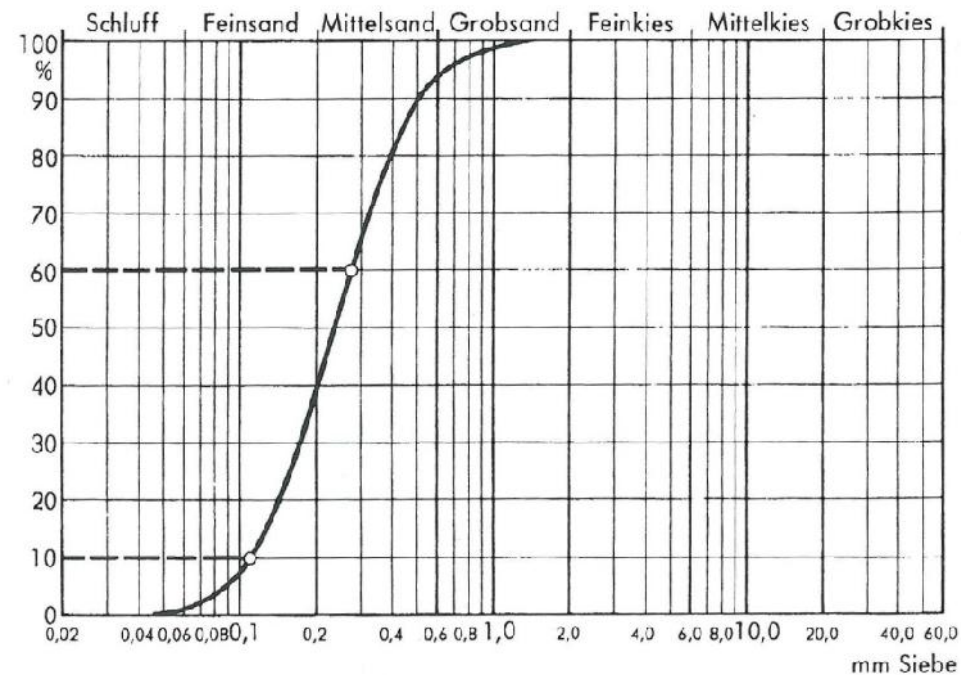
Einschränkung: Berechnung nach HAZEN nur bis  $U < 5!$



# Ungleichförmigkeitsgrad

- kurz U, auch  $C_u$  abgekürzt
- Maß für die Gleichförmigkeit / Ungleichförmigkeit eines Bodens
- $d_{60}$  : Korndurchmesser bei 60 Gew.% Siebdurchgang
- $d_{10}$  : Korndurchmesser bei 10 Gew.% Siebdurchgang

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$



aus BIESKE, E., RUBBERT, W. & TRESKATIS, C. (1998):  
 Bohrbrunnen. R. Oldenbourg Verlag, München.

Abb.: : Sieblinie, Körnung bei 60%: 0,28 mm; bei 10%: 0,11 mm

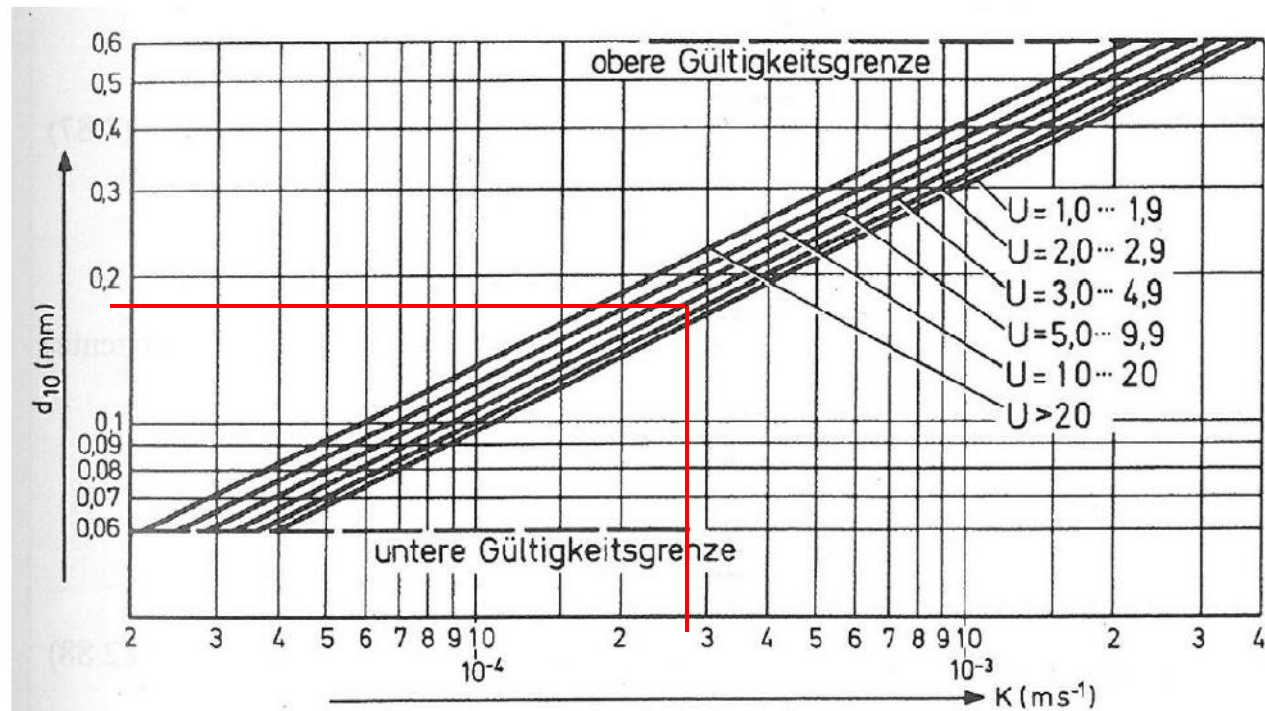


## Wenn $U > 5$ , dann

- $k_f$ -Wert- Bestimmung nach BEYER (1964)
  - Bis  $U < 20$  möglich
  - Wird über  $d_{10}$  abgelesen aus Tabelle oder Diagramm
  - Einschränkung:  $d_{10}$  muss zwischen 0,06 und 0,6 mm liegen!

### Beispiel:

- $d_{10} = 0,175$  mm
- $d_{60} = 0,55$  mm
- $\rightarrow U = 3,14$
- Ablesen:  $2.8 \cdot 10^{-4}$  m/s



Langguth & Voigt (2004): Hydrogeologische Methoden.



**Sie haben die Wahl:  
 Kleine Liste aus  
 mehr als 50  
 Berechnungs-  
 verfahren**

Name	Type	Formula
Hazen	Empirical	$K = C_H \times d_{10}^2 \times (0.7 + 0.03T)$  $T = \text{temperature}$ $C_H = 1000 \text{ (coefficient)}$
Beyer	Empirical	$K = C_B \times d_{10}^2$  $d_e = \text{effective grain size diameter}$
Kozeny-Köhler	Semi-empirical	$K = \frac{\tau}{k} \times 405 \times \frac{d^2}{1+\epsilon} \times d_e^2$  $\epsilon = \frac{\phi}{1-\phi}$  $\tau = \frac{\eta_{10}}{\sigma_T}$ $R = 3.5 \text{ after Köhler (1965) as cited in Hütte (1956)}$
USBR	Empirical	$K = 0.0036 \times d_{20}^{2.3}$
Seelheim	Empirical	$K = 0.00357 \times d_{50}^2$
Kaubisch	Empirical	$K = 10^{0.0005p^2 - 0.12p - 3.59}$
Terzaghi	Semi-empirical	$K = C_T \times \frac{\eta_{10}}{\mu} \times \left( \frac{\phi - 0.13}{\sqrt{1-\phi}} \right)^2 \times d_{10}^2$

Vienken & Dietrich (2011)





## Zu Risiken und Nebenwirkungen ...

Matthes et al. (2012) und Vienken et al. (2012): Nicht geeignet für hochaufgelöste Ermittlung des  $k_f$ -Wertes, da die statistische Abweichung zu groß.

Vienken und Dietrich (2011): Stattdessen andere Verfahren verwenden (z.B. Direct Push Slug Tests).

Fuchs et al. (2012): Wichtig ist die korrekte Ermittlung von  $d_{10}$ ,  $d_{20}$ ,  $d_{50}$ ,  $d_{60}$  mit einem im unteren Korngrößenbereich verdichteten Siebsatz. Nur dann sind die Werte verlässlich.

Fuchs et al. (2012): Anwendung von Formeln nur im Bereich des explizit dafür ausgewiesenen Anwendungsbereiche. Falls dies nicht geschieht, sind die Werte nicht gültig.

Paul (2011): Berechnung gilt nur für Proben ohne Feinkornanteil, aber keiner hält sich daran! Je mehr Feinkorn umso höher ist der berechnete vs. tatsächliche  $k_f$ -Wert, es muss eine Korrektur ausgeführt werden.

Riegger: Aufgrund von Lagerung und Geologie gibt es in der Natur Anisotropie



## Versöhnliches ...

Devlin JF (2015) HydrogeoSieveXL. Excel-based Visual Basic tool freely available at: <http://www.people.ku.edu/~jfdevlin/Publications.html>



## Strömungsgleichung stationär

• Kombination aus dem Gesetz:

der Massenerhaltung →

$$-\left(\frac{uq_x}{u_x} + \frac{uq_y}{u_y} + \frac{uq_z}{u_z}\right) = 0$$

DARCY →

$$q_x = -K_x \frac{uh}{u_x}$$

$$\frac{u}{u_x} \left( k_{f_x} \frac{uh}{u_x} \right) + \frac{u}{u_y} \left( k_{f_y} \frac{uh}{u_y} \right) + \frac{u}{u_z} \left( k_{f_z} \frac{uh}{u_z} \right) = 0$$

*(Laplace Gleichung, stationär)*

mit:

h: Druckhöhe [m]

h: hydraulischer Gradient

q: Filtergeschwindigkeit [m/s]

$K_x, K_y, K_z$ : Komponenten des Durchlässigkeitstensors ( $k_f$  [m/s])

## Nomenklatur

- $Q$  [m<sup>3</sup>/s] = Förderrate
- $r$  [m] = Abstand vom Brunnenmittelpunkt zum Mittelpunkt der GWM
- $s$  [m] = beobachtete Absenkung der Standrohrspiegelhöhe
- $h$  [m] = Standrohrspiegelhöhe in der GWM bzw. im Brunnen
- $t$  [s] = Zeit
- Nummerierung  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ , etc. von innen nach außen zunehmend

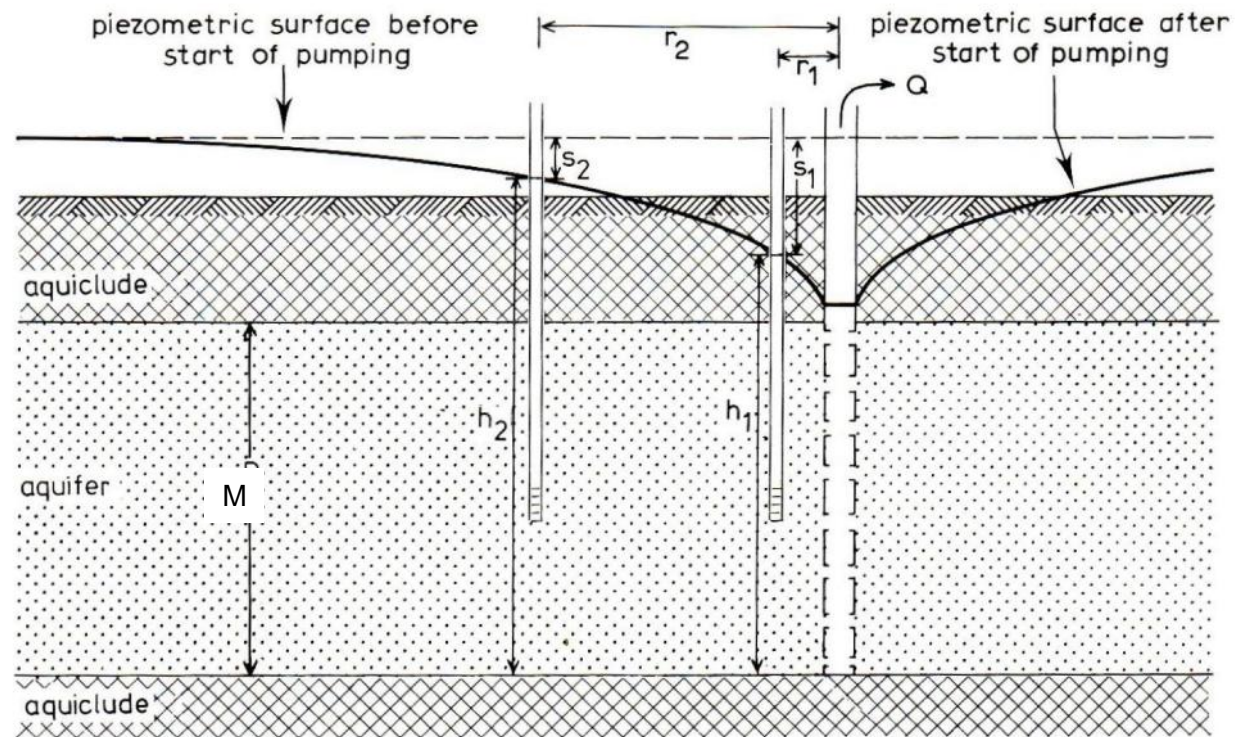


Figure 3.1 Cross-section of a pumped confined aquifer

KRUSEMAN & DE RIDDER (1994)

Es sollte bevorzugt in GWM gemessen werden, da der Betriebswasserspiegel im Förderbrunnen i. d. R. nicht dem Wasserspiegel außerhalb der Brunnenwandung entspricht (Brunneneintrittsverluste, Sickerstrecke)

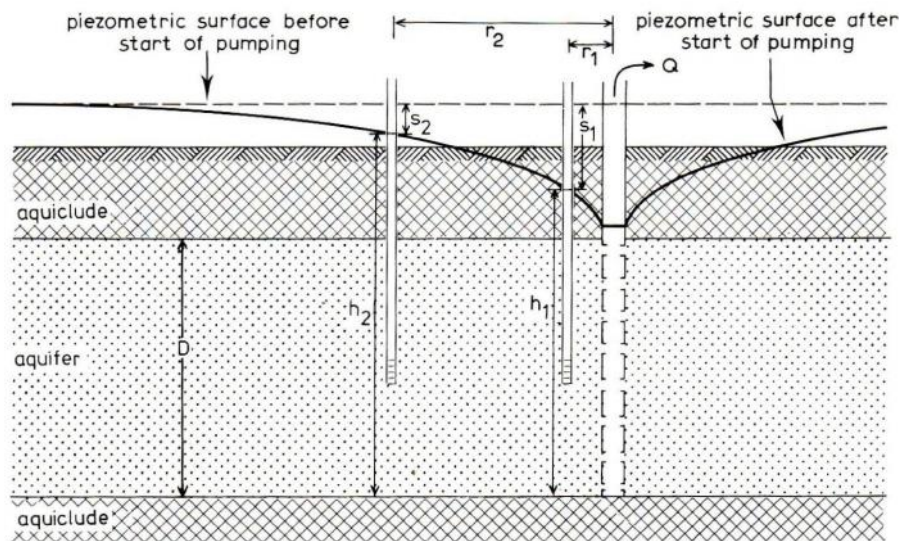
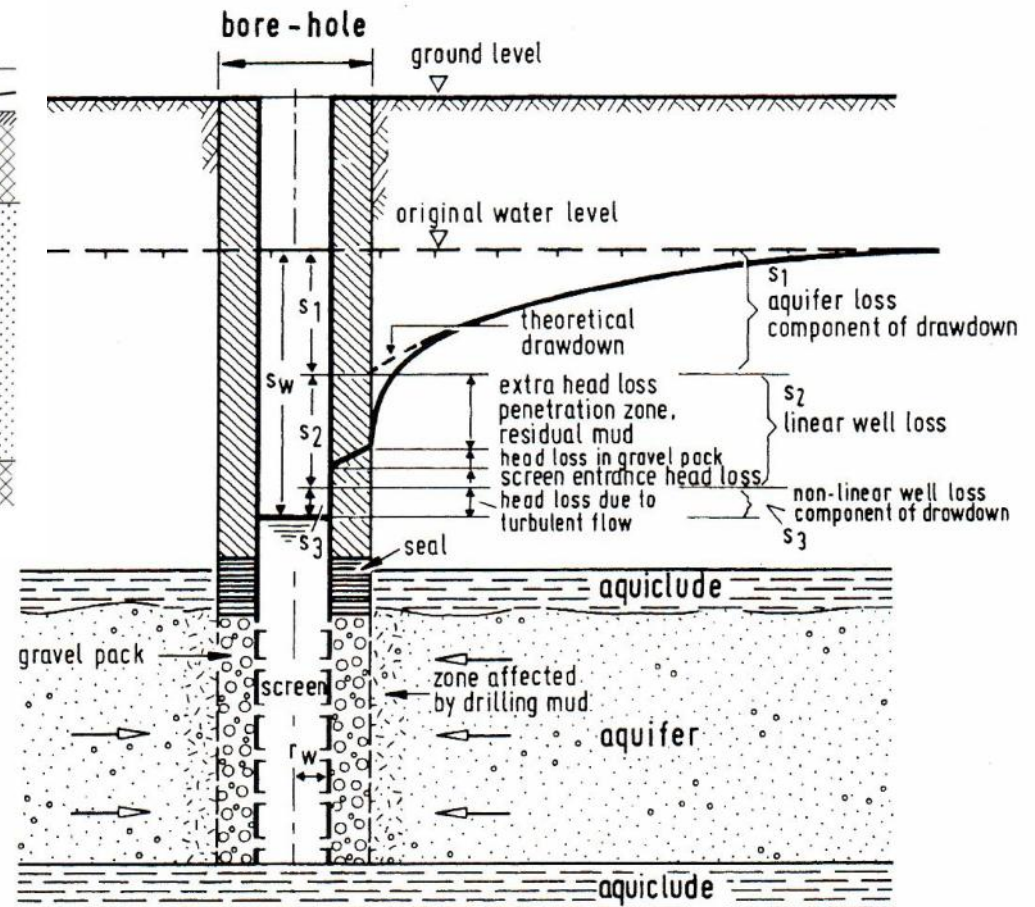


Figure 3.1 Cross-section of a pumped confined aquifer



Wo wird gemessen?



## Das „Kleingedruckte“ für stationäre Strömung

Auswertung erfolgt auf Basis von Brunnenformeln, für die folgende Annahmen gültig sein müssen (Kruseman & De Ridder 1994) (gelten im gespannten und modifiziert im ungespannten GWL):

- GWL ist homogen und isotrop (gleichbleibende Mächtigkeit)
- GWL ist unendlich ausgedehnt (seitlich unbegrenzt)
- Im unbeeinflussten Zustand ist der Grundwasser-Druckfläche bzw. die freie Grundwasser-Oberfläche horizontal
- Der Förderbrunnen ist vollkommen (Filterstrecke erfasst gesamte wassererfüllte Mächtigkeit → horizontale Strömung)
- Die Förderrate bleibt konstant

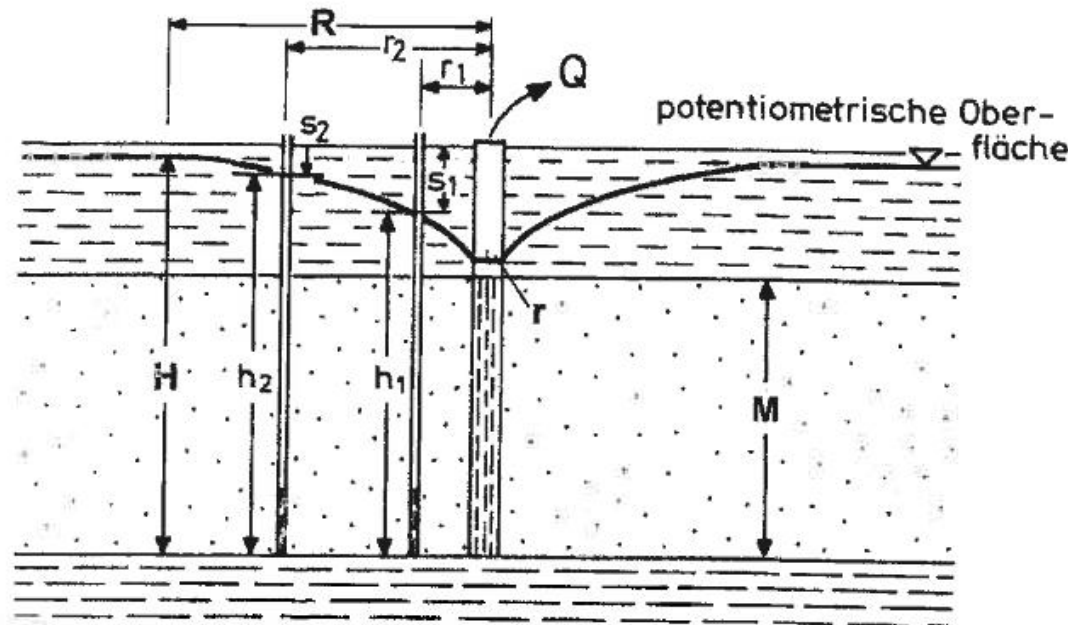
## Brunnengleichungen (im gespannten)

- Brunnenformel nach DUPUIT (1863):

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot 2M \cdot \frac{H - h}{\ln \frac{R}{r}}$$

- Erweiterung durch THIEM (1906):

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot 2M \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi \cdot T \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



LANGGUTH & VOIGT (2004)

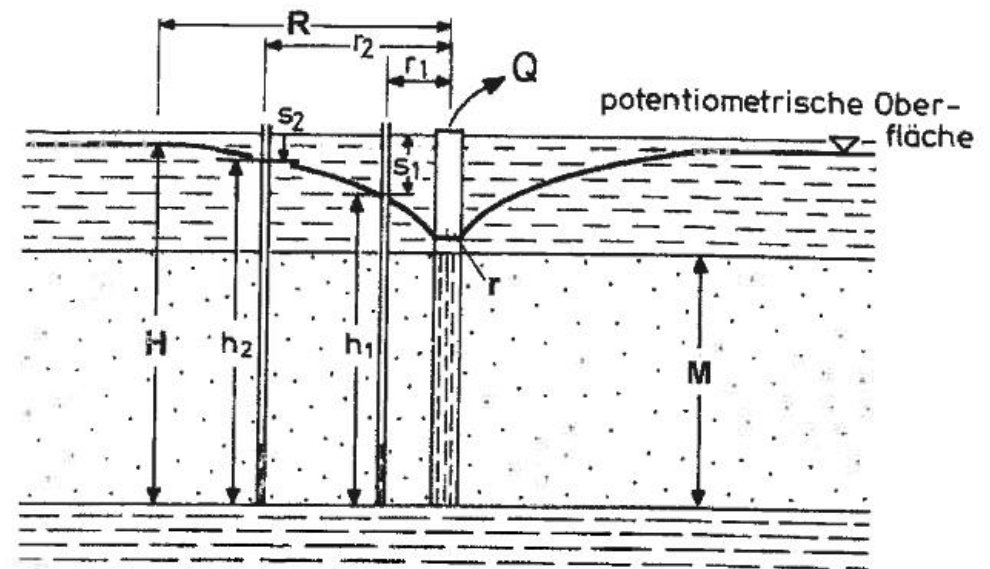
→ Herleitung!

## Auswertung

- Fall: Gespannter GWL – Stationäre Strömung
- Direkte Bestimmung von T anhand der im Feld gemessenen Daten
  - Voraussetzung: Beobachtungsmessungen aus 2 GWM liegen vor
- Berechnung mit Hilfe von THIEM

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot 2M \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi \cdot T \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$T = \frac{Q \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \cdot \pi \cdot (s_1 - s_2)}$$





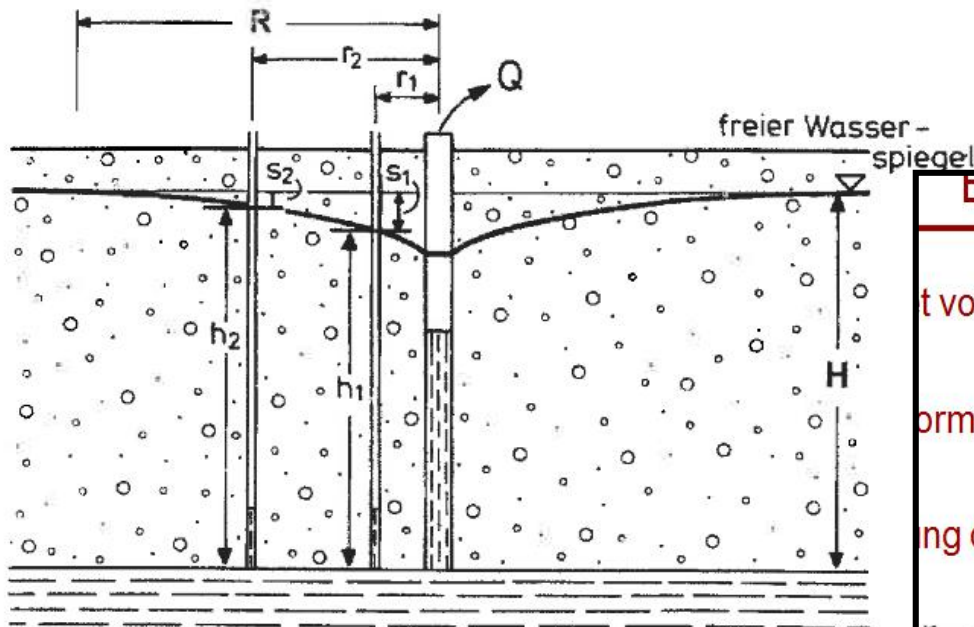
## Brunnengleichungen (im ungespannten)

Abgeleitet von Darcy:  $Q = k_f \cdot A \cdot I$

- Brunnenformel nach DUPUIT (1863):
- Erweiterung durch THIEM (1906):

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$$

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



LANGGUTH & VOIGT (1980)

## Brunnengleichungen (im gespannten)

Zum Vergleich:

Gesetz von Darcy:  $v = Q/F = kf \cdot I$

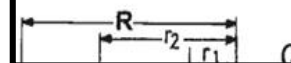
(\*)

Brunnenformel nach DUPUIT (1863):

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot 2M \cdot \frac{H - h}{\ln \frac{R}{r}}$$

Erweiterung durch THIEM (1906):

$$Q = k_f \cdot \pi \cdot 2M \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi \cdot T \cdot \frac{\Delta s}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$





## Herleitung Thiem (frei)

$$Q = v_f \cdot A = k_f \cdot I \cdot A = k_f \cdot \frac{dh}{dr} \cdot 2\pi r \cdot h$$

Hier jetzt:  $M = h$

Trennung der Variablen

$$h \, dh = \frac{Q}{2\pi \cdot k_f} \cdot \frac{1}{r} \, dr \xrightarrow{\text{Integration}} \frac{1}{2} h^2 = \frac{Q}{2\pi \cdot k_f} \cdot \ln r + C$$

$$C = \frac{1}{2} h^2 - \frac{Q}{2\pi \cdot k_f} \cdot \ln r$$

Spezieller Fall  $h = H$  und  $r = R$

$$\frac{1}{2} H^2 = \frac{Q}{2\pi \cdot k_f} \cdot \ln R + \frac{1}{2} h^2 - \frac{Q}{2\pi \cdot k_f} \cdot \ln r$$

DUPUIT (1863):  $Q = k_f \cdot \pi \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$

THIEM (1906)  $Q = k_f \cdot \pi \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$



## Absenktrichter

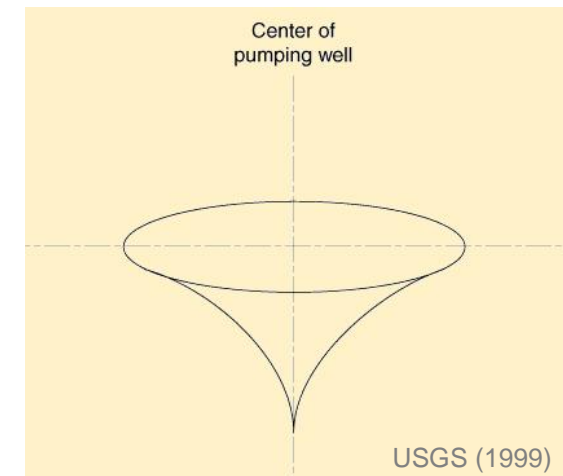
Durch Grundwasser-Entnahme:

- Ausbildung eines Absenktrichters
- Bei homogenen isotropen Untergrundbedingungen:  
Radialsymmetrische Ausbildung

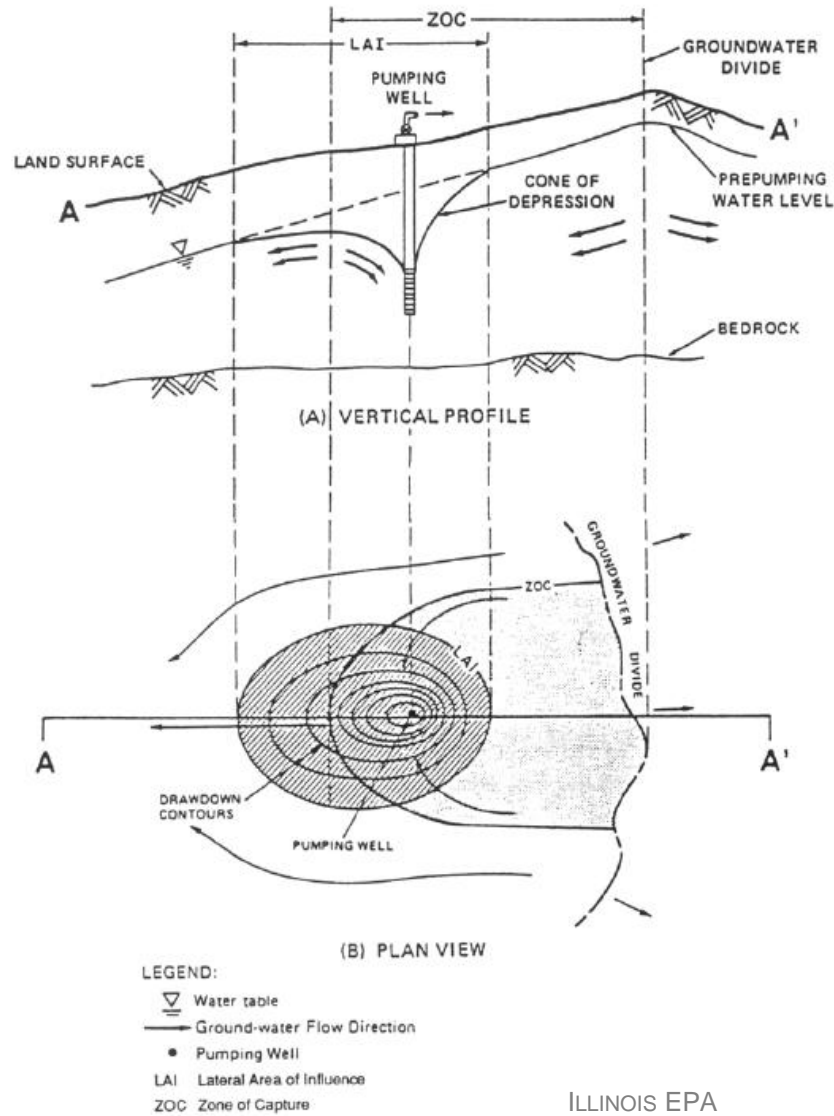
ABER:

- In der Regel heterogene Untergrundbedingungen
- Grundwasserströmung (Gradient)

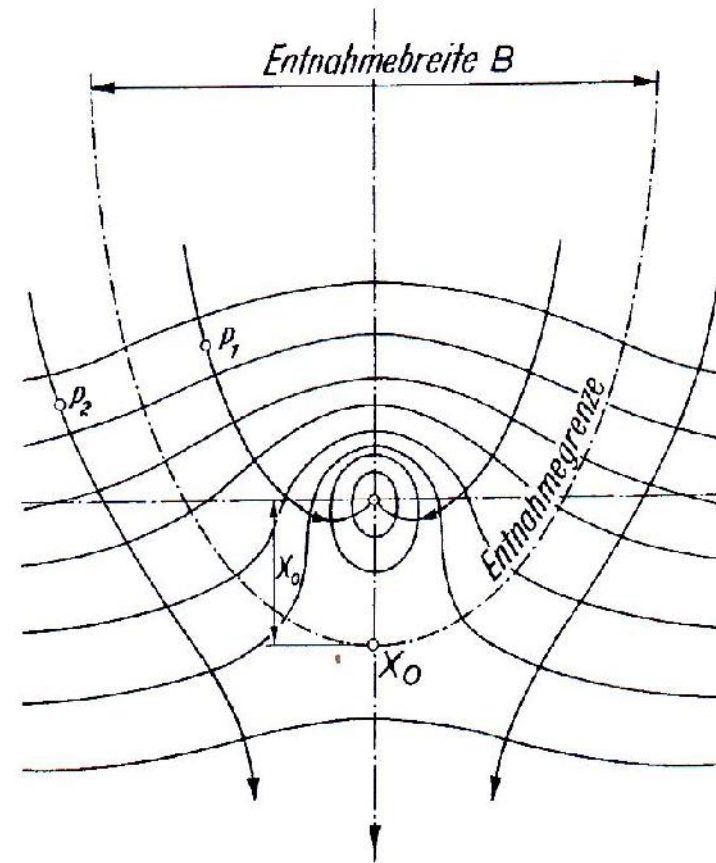
➔ Absenktrichter in natura eher elliptisch



# Absenktrichter



ILLINOIS EPA  
(1995)

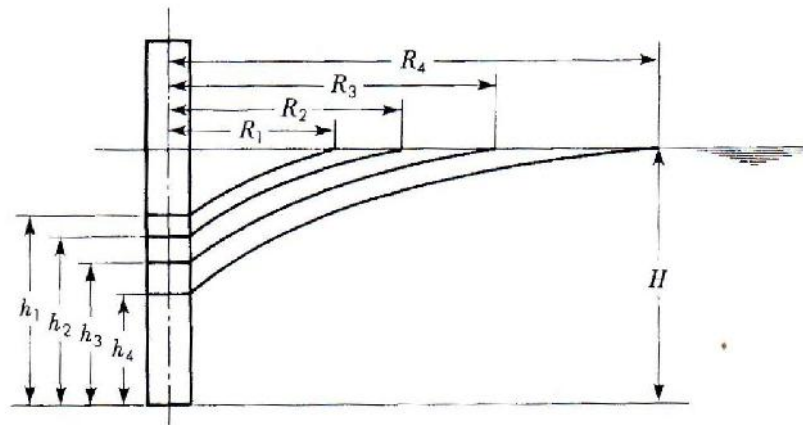


BIESKE (1998)

# Reichweite

## Abschätzung der Reichweite $R$ des Absenktrichters

- Nach Sichardt (1928):  $R = 3000 \times s \times \sqrt{k_f}$
- Nach Kusakin (1977):  $R = 575 \times s \times \sqrt{H \times k_f}$



R	Reichweite [m]
s	Absenkung [m]
$k_f$	Durchlässigkeitsbeiwert [m/s]
H	Höhe des Wasserspiegels in Ruhelage [m]

Bild 133: Reichweite und Spiegelabsenkung nach Weber [74] BIESKE (1998)



## Reichweite

Abschätzung der Reichweite  $R$  des Absenktrichters bei Entnahme aus dem Grundwasservorrat = instationäre Strömungsbedingungen

- Nach Weber :

$$R = 3 \times \sqrt{\frac{k_f \times H \times t}{n_e}}$$

R	Reichweite [m]
$k_f$	Durchlässigkeitsbeiwert [m/s]
H	Höhe des Wasserspiegels in Ruhelage [m]
t	Seit Pumpbeginn vergangene Zeit [s]
$n_e$	Effektive Porosität des GWL [-]



# Zusammenfassung

Die **Abschätzung** des Durchlässigkeitsbeiwertes aus der Siebkornanalyse ist allgemein gebräuchlich. Und trotzdem müssen die Grundlagen verstanden und Anwendungsbereiche eingehalten werden. Gibt es den „wahren“  $k_f$ -Wert? Welche Formel ist geeignet? Welche Aussage will ich treffen?

Der Einsatz der **Brunnenformeln** beruht auf der stationären (zeitlich unveränderlichen) Strömung. Die Berechnung des  $k_f$ -Wertes aus der Brunnenformel bereits recht nah an Geländewerten. Wird der Entnahmebrunnen und die Reichweite zur Berechnung genutzt, ist Vorsicht geboten!